

**Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in
Kaiserslautern**

Semester: Wintersemester 2012/2013

Abschlussprüfung: Mathe für W1

Datum: 18.12.2012

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

a) Vereinfachen Sie soweit wie möglich:

a1) $\frac{(\sqrt{x^3})^{-6}}{x^4 \cdot x^{-1}}$, a2) $\frac{a+b}{a^2-b^2}$ (jeweils 1 Punkt)

b) Wir haben die Mengen $A = \{-7; -5; -3; 3; 5\}$ und $B = \{-6; -5; 0; 2; 5\}$. Bestimmen Sie:

b1) $B \setminus A$, b2) $Z \cup A$ (jeweils 1 Punkt).

c) c1) Schreiben Sie $2^1 + 3^0 + 4^{-1} + 5^{-2}$ in Summenschreibweise (2 Punkte).

c2) Berechnen Sie: $\sum_{i=2}^4 (i^{i+2} + i - 1)$ (2 Punkte)

d) Berechnen Sie: d1) $\begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix}$, d2) $\begin{pmatrix} 9 \\ 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix}$ (jeweils 1 Punkt)

e) Berechnen Sie: e1) ${}_3 \log(43)$, e2) ${}_4 \log 64 - {}_4 \log 4^5$ (jeweils 1 Punkt)

Aufgabe 2

a) Eine lineare Funktion $f(x)$ besitzt die beiden Punkte $(3|-1)$ und $(-5|8)$.

a1) Wie lautet die Funktion $f(x)$? (3 Punkte)

a2) Bestimmen Sie die Schnittpunkte von $f(x)$ mit $g(x) = \frac{1}{2} \cdot x^2$ (3 Punkte).

a3) Zeichnen Sie $f(x)$ und $g(x)$ in ein Diagramm (3 Punkte).

b) Wie lautet die Funktion $i(x)$, wenn Sie im Vergleich zu $h(x) = e^x$

- um 4 Einheiten nach rechts verschoben,
- um den Faktor 2 gestreckt,
- und an der x-Achse gespiegelt ist? (3 Punkte)

Aufgabe 3

a) Bestimmen Sie für folgende Funktionen die maximal mögliche Definitionsmenge D_f , die Nullstellen (falls vorhanden) und den Schnittpunkt mit der y-Achse (falls vorhanden):

a1) $f(x) = \frac{x^2 - 3 \cdot x + 2}{3 \cdot x^2 - 12}$ (3 Punkte)

a2) $f(x) = x^3 - 10 \cdot x^2 + 7 \cdot x + 18$ (5 Punkte)

b) Bestimmen Sie folgende Grenzwerte:

b1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4 \cdot x + 2}{3 \cdot x^2 - 12}$ (2 Punkte)

b2) $\lim_{x \rightarrow 8+0} 12 \cdot \ln(x-8)$ (2 Punkte)

Aufgabe 4

a) Ihnen sind jeweils einige Kennzahlen von arithmetischen Folgen und Reihen gegeben. Bestimmen Sie die gesuchten Kennzahlen.

a1) Gegeben: $a_1 = 17, d = 7$. Gesucht: a_5, s_5 (2 Punkte)

a2) Gegeben: $a_7 = 12, a_6 = 5$. Gesucht: a_1, s_7 (2 Punkte)

b) Das Bruttoinlandsprodukt (kurz: BIP) ist der Wert aller Güter und Dienstleistungen, die in einem Land innerhalb eines Jahres produziert werden. Im Jahr 1995 lag das BIP von A-Land bei 100 Mrd. €. Seitdem ist es jährlich um 3,2% gestiegen. Rechnen Sie bei den Zwischenschritten auf vier Nachkommastellen genau.

b1) Wie hoch war das BIP im Jahr 2012? (2 Punkte)

b2) Wie groß ist der Gesamtwert aller BIPs der Jahre 1995 bis 2012? (2 Punkte)

b3) Um wie viel Prozent muss das BIP ab dem Jahr 2012 jährlich steigen, wenn es im Jahr 2020 250 Mrd. € betragen soll? (2 Punkte)

b4) Von 1980 bis 1995 ist das BIP um jährlich 2,4% gestiegen. Wie hoch war es im Jahr 1980? (2 Punkte)

Aufgabe 5

Bestimmen Sie die Lösungsmengen der Gleichungen und Ungleichungen:

a) $3^x = 4$ (2 Punkte)

b) $\frac{2-x}{x+1} \geq 7 \quad D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -1\}$ (5 Punkte)

c) $|x^2 - 2 \cdot x| = 4$ (5 Punkte)